



# Alterungsmodelle für Abwasserkanäle – Typologie und Ansatz einer vergleichenden Untersuchung

Prof. Dr.-Ing. R. Herz

Kolloquium Stadtbauwesen  
27.01.2006

## **Alterungsmodelle für Abwasserkanäle**

### **1. Typologie**

Prozess der Alterung/Zustandsverschlechterung

Modellierung des Alterungsprozesses

- Überlebensmodelle
- Markov-Modelle

### **2. Ansatz einer vergleichenden Untersuchung**

Zielstellung

Datengrundlage

Prognoserechnungen

Vergleichende Bewertung vorhandener Programmsysteme

## Prozess der Alterung/Zustandsverschlechterung

Der bauliche Zustand von Kanalhaltungen verschlechtert sich im Laufe der Zeit.

Jede Kanalhaltung durchläuft mehrere Zustandsklassen von sehr gut bis sehr schlecht.

Je nach Material sowie inneren und äußeren Beanspruchungen entwickeln sich typische Alterungspfade mit Schadensbefunden

- Risse
- Versätze
- Korrosion
- Ablagerungen
- Verwurzelungen

Die Zustandsverschlechterung verläuft auf den Alterungspfaden unterschiedlich schnell.

## Mathematisch statistische Modellierung des Übergang in schlechtere Zustandsklassen

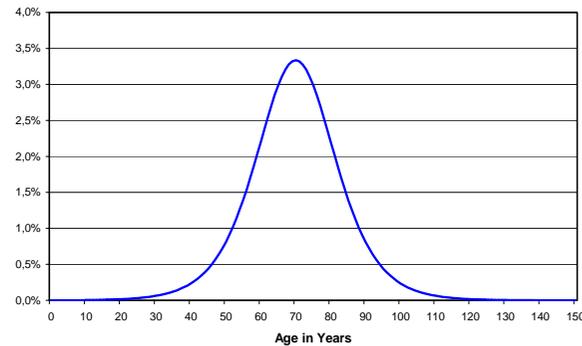
### Grundbegriffe statistischer Verteilungen einer Zufallsgröße X

z.B.  $x$  = Alter, Verweildauer, Zeit (stetige Messgrößen)

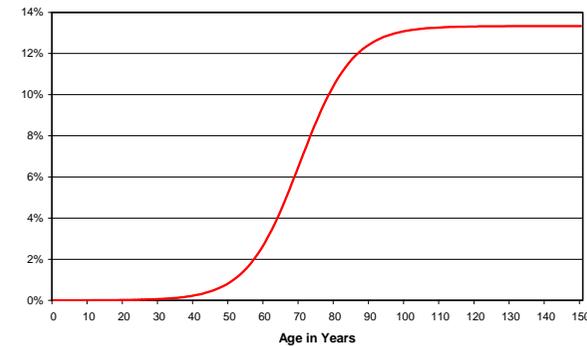
$f(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (rel. Häufigkeit)
$F(x)$	Verteilungsfunktion (summierte rel. Häufigkeit bis $x$ )
$1-F(x) = S(x)$	Überlebensfunktion (Zuverlässigkeitsfunktion) bzw. Zustandsübergangsfunktion
$f(x)/(1-F(x))$	(momentane) Ausfallrate (Risikofunktion) bzw. Zustandsübergangsrate
$1-F(t/x)$	bedingte Überlebensfunktion (bei erreichtem Alter $x$ ) bzw. bedingte Zustandsübergangsfunktion
$R(x)$	Restlebenserwartung bzw. Restzustandserwartung (Erwartungswert der bedingten Überlebensfunktion)

## Zusammenhänge zwischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, Überlebensfunktion, Ausfallrate und Restlebenserwartung

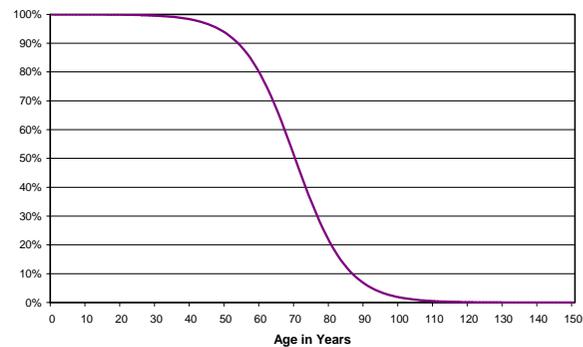
Wahrscheinlichkeitsdichte



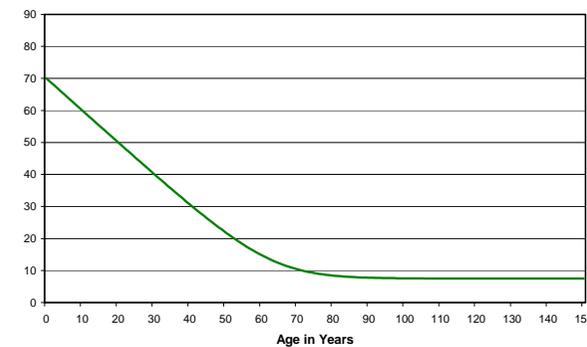
Ausfallrate



Überlebensfunktion



Restlebenserwartung



## Verteilungen in der Alterungsmodellierung

Normalverteilung: zur Schätzung von Vertrauensintervallen  
(auch t-Verteilung), 2 Parameter

Poisson-Verteilung: Wahrscheinlichkeit für seltene Ereignisse,  
z.B. Wechsel der Zustandsklasse innerhalb eines Jahres  
Verteilung einer diskreten Zufallsgröße, 1 Parameter

Exponentialverteilung: einfache Handhabung, 1 Parameter  
konstante Ausfallrate über die Zeit  
zeitlicher Abstand Poisson-verteilter Ereignisse

Weibull-Verteilung: sehr gebräuchlich, 2 Parameter

Gompertz-Verteilung: weniger gebräuchlich, 2 Parameter

Herz-Verteilung: weniger gebräuchlich, 2 Parameter  
besonders geeignet für langlebige Infrastruktur  
Grenzfälle: Exponential- und Normalverteilung

## Überlebensmodelle

### 1. Proportional Risk Model

Prinzip: Die zeitabhängige Ausfallrate/Zustandsübergangsrate wird mit einer Exponentialfunktion verknüpft, in der die Einflussfaktoren für einen langsamer oder schneller verlaufenden Alterungsprozess enthalten sind.

Formel: 
$$h(t, z) = h_0(t) \cdot e^{\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \dots + \beta_n z_n}$$

Mit  $h(t, z)$  Übergangsrate im Jahr  $t$  in Abhängigkeit von den Einflussfaktoren  $Z_i$  (Merkmale der Kanalhaltung)  
 $h_0(t)$  Basisfunktion (ohne Einflussfaktoren) üblich: e-Funktion

Dieses Modell eignet sich zur Prognose der Schadensfälle an individuellen Wasser- oder Gas-Rohrleitungsabschnitten

## Überlebensmodelle

### 2. Kohorten-Überlebensmodell

Prinzip: Die altersabhängige Ausfallrate/Zustandsübergangsrates wird für verschiedene Kanaltypen ermittelt und schrittweise auf den jeweiligen Bestand der Zustandsklasse angesetzt. Die Elemente, die in einen nicht mehr akzeptablen Zustand übergehen, ergeben den Sanierungsbedarf.

Formel: 
$$B(t, x_i) = \sum_{i=1}^{i=n} l_i(t-1, x) \cdot h_i(x)$$

Mit  $B(t, x)$  Sanierungsbedarf im Jahr  $t$  in Abhängigkeit von der altersspezifischen Bestandslänge  $l$  an Kanaltypen  $i$  im Vorjahr und den altersspezifischen Übergangsrates  $h_i(x)$  entsprechend Weibull- oder Herz-Verteilung

## Markov-Modelle

### 1. Markov-Prozess (homogener)

Prinzip: Die Zustandsverteilung im nächsten Zeitintervall hängt ausschließlich von der Verteilung im vorangegangenen Zeitintervall ab (Prozess hat kein „Gedächtnis“). Diese Übergangswahrscheinlichkeit ist in einem homogenen Markov-Prozess konstant.

Formel für Übergangswahrscheinlichkeit:  $P(X_{t+1}=j / X_t=i) = c$

In Worten: Wahrscheinlichkeit, ein Jahr später in der nächst schlechteren Zustandsklasse zu sein, unter der Bedingung, im Jahr davor in der nächst besseren gewesen zu sein ( $j=i+1$ )

## Markov-Modelle

### 2. Nicht-homogener Markov-Prozess (Semi-Markov-Modell)

Prinzip: Die Zustandsverteilung im nächsten Zeitintervall hängt von der Verteilung im vorangegangenen Zeitintervall und von der Verweildauer in der jeweiligen Zustandsklasse bzw. in früheren Zustandsklassen, d.h. vom Alter ab.

Als Wahrscheinlichkeitsverteilung der Verweildauer bzw. des Alters wird die Weibull- oder die Gompertz-Verteilung verwendet.

$$\text{Formel: } P(X_{t+1}=j / X_t=i) = S_t(j) - S_t(i) = F_t(i) - F_t(j)$$

mit  $F(i)$  Verteilungsfunktion Weibull/Gompertz-Verteilung  
 $S(i)$  Überlebensfunktion  $1 - F(i)$   
für Zustandsklasse  $i$  (und besser)

z.B. Weibull:  $S_t(i) = \exp[-\exp(\alpha_i + \beta_0 + \delta \cdot \ln t)]$

Gompertz:  $S_t(i) = \exp[-\exp(\alpha_i + \beta_0 + \exp(\beta_1) t)]$

## Eigenschaften von Kohortenüberlebensmodellen und Semi-Markov-Modellen im Vergleich

Beide Modelle benutzen Überlebensfunktionen bzw. Übergangsfunktionen in den jeweils nächst schlechteren Zustand.

Beide Modelle sind somit auf Informationen zum Alter oder Verlegejahr bzw. Sanierungsjahr angewiesen.

Die Differenz zwischen zwei Zustandsübergangsfunktionen  $j$  und  $i$  ergibt die Wahrscheinlichkeit (den Anteil) für die Zustandsklasse  $j$ .

Wesentliche Unterschiede bestehen in der Eichung der Modellparameter. In Überlebens- bzw. Übergangsfunktionen in Form von e-Funktionen können individuelle oder kanaltypische Einflussfaktoren auf den Alterungsprozess integriert werden und deren Beiträge (Koeffizienten) mit Hilfe von statistischer Standard-Software (Logit-/Probit-/Gompit-Analyse) bestimmt werden.

## 2. Ansatz einer vergleichenden Untersuchung

### Zielstellung

- Vergleich von drei Programmsystemen zur Modellierung der Zustandsentwicklung von Kanalhaltungen
  - Aqua-WertMin (Kohortenüberlebensmodell)
  - GompitZ (Semi-Markov-Modell)
  - STATUS Kanal (Semi-Markov-Modell)
- Vergleich der
  - theoretischen Grundlagen
  - erforderlichen Eingabegrößen (Art, Differenzierung, Konsistenz, Vollständigkeit, Stichprobe)
  - Modelleichung (automatisch, interaktiv)
  - Ergebnisse auf gleicher Datengrundlage

## Datengrundlage

Konsistenzgeprüfte Datensätze zustandsklassifizierter Kanalhaltungen (nach Priorität und Substanzwert)

z.B. Forschungsdatensatz der RWTH Aachen, *oder*

Datensätze von 3-4 Stadtentwässerungsbetrieben  
(nach entsprechender Aufbereitung im Projekt)

Klassifizierung nach

- Priorität: ATV M 149, Arbeitshilfen Abwasser (ISYBAU)
- Substanzwert: nach Hochstrate *oder* Stein & Partner

Mindestbesatz: 5-10 % der Kanallänge (größere, kleinere Netze)

Vorgabe von Sanierungsstrategien (Art, Intensität, Zeitpunkte)  
(in Absprache mit den Stadtentwässerungsbetrieben)

## Modelleichung

Eichungsverfahren für Zustandsübergangsfunktionen  
aus Längs- und/oder Querschnittsdaten für

- a priori definierte Kanaltypen
- Kanalhaltungen mit individuellen Eigenschaften  
(Logit-/Probit-/Gompit-Analyse von Einflussfaktoren)
- auf Basis diskreter oder stetiger Zustandsklassifizierung

Zur Eichung erforderlicher Stichprobenumfang

Gütemaße für die

- Modellanpassung an die Datensätze
- Genauigkeit einer (ex post) Prognose

Möglichkeiten einer interaktiven Modelleichung

- Plausibilitätskontrollen
- „Stellschrauben“

## Prognoserechnungen

Für jeden Datensatz und jedes der 3 Programmsysteme

- Eichung der Modelle
- Null-Fall (ohne Sanierungsmaßnahmen)
  - Entwicklung der Zustandsverteilung im Netz
  - Entwicklung des Substanzwertes der Kanalisation
- Einhaltung einer Mindest-Zustandsklasse
  - Entwicklung des Sanierungsbedarfs (Reparatur, sonstiger)
  - Entwicklung des Substanzwertes der Kanalisation
- Einhaltung eines jährlichen Budgets  
für Reparatur, Renovierung, Erneuerung
  - Entwicklung der Zustandsverteilung im Netz
  - Entwicklung des Substanzwertes der Kanalisation

## Systematischer Vergleich

der Ergebnisse von je 3 Modellläufen mit 3 Programmsystemen  
(Bandbreiten, Prognosetrichter)

Sensitivität der Ergebnisse hinsichtlich

- Zustandsklassifizierung (Priorität, Substanz)
- Umfang der Datensätze
- Alters- und Materialstruktur der Kanalisation

Eignung der Modelle als Entscheidungshilfen für die  
Bewirtschaftung des Anlagevermögens (Asset Management)

- Inspektionsplanung
- Kostenplanung für Wartung, Reparatur und investive Sanierungsmaßnahmen